Niveau(x) d'enseignement : 0 Numéro EDUQ : 9270782
Centre d'intérêt : 841

Laborde, Colette.

Deux usages complémentaires de la dimension sociale dans les situations d'apprentissage en mathématiques / par Colette Laborde. -- Montréal : Université du Québec à Montréal, Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation, 1991.
18 f. ; 29 cm. -- (Séminaire sur la représentation ; 64)

Bibliogr. : f. 18.

Vedette(s)-secondaire(s) : Université du Québec à Montréal. Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation

Descripteur(s) : Mathématiques • Didactique • Méthode d'apprentissage • Relations interpersonnelles • Résolution de problème

L'objectif de ce texte est de mettre en évidence le rôle des processus interpersonnels entre élèves dans les processus interpersonnels, dans le cas de la construction de connaissances mathématiques en situation scolaire, et d'analyser le fonctionnement de ces processus, en particulier en cherchant à préciser les variables dont ils dépendent. Pour cette étude, on se limite aux situations d'apprentissage conçues pour faire évoluer l'élève de son propre mouvement, situations qualifiées de situations adidactiques : "entre le moment où l'élève accepte le problème comme sien et celui où il produit sa réponse, le maître se refuse à intervenir comme proposeur de connaissances qu'il veut voir apparaître". L'étude cherche à voir en quoi et comment les variables sociales manipulées affectent les modes de résolution et les fonctionnements cognitifs pendant la situation adidactique, et à repérer les effets produits, aussi bien du point de vue des procédures de résolution que de l'évolution consécutive des connaissances individuelles.

Type de document :

9270782

CENTRE INTERDISCIPLINAIRE DE RECHERCHE SUR L'APPRENTISSAGE ET LE DÉVELOPPEMENT EN ÉDUCATION

CIRADE

Université du Québec à Montréal

9270782

Deux usages complémentaires de la dimension sociale dans les situations d'apprentissage en mathématiques

par Colette Laborde
Laboratoire de structures discrètes et de didactique - IMAG
Université Joseph Fourier, France

Séminaire sur la Représentation

8 mars 1991 - n^0 64

CIRADE, UQAM, novembre 1991

Note: [1]Lors de la tenue de ce séminaire, l'auteure était professeure invitée au Département de mathématiques de Concordia University, Montréal.

[2]Ce texte s'apparente à un chapitre qui sera publié dans le livre *«L'Après Vygotski et Piaget. Perspective sociale et perspective constructiviste»* édité par C. Garnier, I. Ulanovskaya et N. Bednarz, Éditions de Boeck.

1. Hypothèses et objet de l'étude

Les recherches en didactique des mathématiques sont issues du constat selon lequel les connaissances apprises par l'élève ne sont pas réductibles à un sous-ensemble des connaissances enseignées; elles peuvent être erronées, locales, partielles au regard des savoirs que l'enseignant voulait transmettre. Face à ce constat, l'hypothèse la plus largement partagée dans la communauté didactique consiste à concevoir l'apprentissage des mathématiques dans une perspective constructiviste. «L'élève apprend en s'adaptant à un milieu facteur de difficultés, contradictions, déséquilibres, un peu comme le fait la société humaine. Ce savoir, fruit de l'adaptation de l'élève, se manifeste par des réponses nouvelles qui sont la preuve de l'apprentissage» (Brousseau, 1986). Une seconde hypothèse est ajoutée à la première, celle de l'insuffisance d'un milieu sans intentions didactiques pour permettre l'acquisition par l'apprenant de connaissances mathématiques. L'enseignant doit donc créer et organiser un milieu et des situations susceptibles de provoquer ces apprentissages. Une troisième hypothèse postule que ce milieu et ces situations doivent engager de façon cruciale les savoirs mathématiques dont l'acquisition est visée. Un des objectifs fondamentaux de la didactique est celui de savoir caractériser ces situations et l'organisation de ce milieu permettant l'apprentissage de savoirs mathématiques donnés.

Dans de telles situations, l'apprenant pour s'adapter sera amené à construire de nouvelles connaissances. La signification de ces connaissances pour l'apprenant sera liée aux situations qui ont permis leur élaboration. Or, suivant une hypothèse épistémologique correspondant à l'hypothèse d'apprentissage constructiviste adoptée, le sens d'un savoir mathématique est considéré par les didacticiens comme constitué des problèmes qui ont donné naissance à ce savoir, des problèmes auxquels ce dernier apporte une réponse: la solution de problème est «source et critère du savoir» (Vergnaud, 1981, p. 220). Dans cette perspective, les situations d'apprentissage sont un lieu d'interaction, organisé sous forme de problème par l'enseignant, entre savoirs mathématiques et apprenants.

1.1 Processus interpersonnels et processus intrapersonnels

De prime abord, une telle perspective qui met l'accent sur l'apprentissage en tant que processus individuel d'interaction entre un sujet et des savoirs semble ignorer les dimensions sociales de l'enseignement, et peut paraître paradoxale alors que les situations scolaires d'apprentissage sont profondément marquées socialement; l'enseignant est le représentant en classe d'un projet social éducatif, le choix des savoirs à enseigner satisfait à des demandes sociales et culturelles, les élèves eux-mêmes sont impliqués dans l'apprentissage en tant que sujets sociaux, enfin les situations de classe reposent sur des interactions entre partenaires

enseignant et élèves). Vygotski qui a cherché à distinguer le développement des concepts spontanés de celui des concepts scientifiques, tout en mettant en évidence la complexité des liens indissolubles qui unissent ces deux développements, a défendu la thèse selon laquelle:

- les représentations des concepts scientifiques prennent naissance sous l'influence déterminante de connaissances venues de l'entourage de l'enfant et qu'il a assimilées (1985, p. 216);
- l'enfant toutefois n'assimile pas les concepts scientifiques «comme des alouettes qui tombent d'emblée toutes rôties» et les réélabore à sa manière (*ibid.*, p. 224).

Suivant cette thèse processus intrapersonnels et processus interpersonnels semblent donc interagir dans la construction des connaissances scientifiques.

L'objectif de notre propos est de mettre en évidence le rôle des processus interpersonnels entre élèves dans les processus intrapersonnels dans le cas de la construction de connaissances mathématiques en situation scolaire, et d'analyser le fonctionnement de ces processus, en particulier en cherchant à préciser les variables dont ils dépendent. Pour cette étude, nous nous limiterons aux situations d'apprentissage conçues pour faire évoluer l'élève de son propre mouvement, situations qualifiées par Brousseau (*op. cit.*) de situations *adidactiques*: «Entre le moment où l'élève accepte le problème comme sien et celui où il produit sa réponse, le maître se refuse à intervenir comme proposeur de connaissances qu'il veut voir apparaître.» (Brousseau, *ibid.*, p. 49). Nous chercherons à voir en quoi et comment les variables scolaires manipulées affectent les modes de résolution et fonctionnements cognitifs pendant la situation adidactique, et à repérer les effets produits, aussi bien du point de vue des procédures de résolution que de l'évolution consécutive des connaissances individuelles.

1.2 Les situations adidactiques

Ces situations se présentent sous forme de problèmes auxquels sont confrontés les élèves; elles sont conçues et organisées pour permettre l'évolution de l'élève sur le plan des connaissances mathématiques. Trois critères dans cette organisation sont fondamentaux quant à la poursuite d'un tel objectif:

- critère 1: ces situations doivent rendre compte d'un sens du savoir mathématique satisfaisant sur le plan épistémologique: d'une part, la connaissance dont la mise en œuvre est visée doit constituer un moyen d'établir la stratégie optimale de solution au problème, d'autre part, l'utilisation du savoir en tant qu'instrument de solution du problème correspond au sens (ou du moins ne le déforme pas) qu'il a dans l'ensemble des savoirs mathématiques de référence;

- critère 2: les connaissances à mettre en oeuvre pour résoudre le problème sont entièrement justifiées par la situation et non par des éléments externes, liés par exemple aux représentations que se fait l'apprenant des attentes de l'enseignant, à des coutumes de la classe de mathématiques (comme par exemple, le problème à résoudre doit mettre en oeuvre des savoirs qui viennent d'être enseignés);
- critère 3: les retours ou rétroactions qu'offre la situation aux actions ou productions des élèves doivent permettre à ces derniers d'accéder à des informations sur leur production, de se livrer à des inférences sur la validité de leur travail et de continuer à chercher à construire des réponses adaptées à la situation (Margolinas, 1989, p. 101) en cas de non réussite de l'essai de solution. De tels retours sont susceptibles de montrer aux élèves la non pertinence de leurs réponses, d'opposer des contradictions qui engendrent des déséquilibres eux-mêmes à l'origine de nouvelles tentatives d'équilibration, processus dynamique, source d'apprentissage. Ces retours de la situation sont non seulement des retours «sensibles» quand la situation s'y prête mais ils peuvent être de nature intellectuelle quand ils mettent en évidence une contradiction entre la production de l'élève et certaines de ses connaissances préalables robustes et fortement ancrées chez lui. Selon l'expression de Margolinas (*ibid.*), les connaissances préalables de l'individu jouent le rôle de «critères de validité». On peut reconnaître, sous-jacentes à cette analyse, les notions piagétiennes d'équilibration majorante et de conflit cognitif.

Dans la suite du texte, nous analyserons la part potentielle et effective de la dimension sociale sur les critères présentés précédemment, c'est-à-dire:

- sur le sens des connaissances i) à mettre en oeuvre ii) et effectivement mises en oeuvre,
- sur la nature et l'effet des retours de la situation.

1.3 Deux modalités de fonctionnement des processus interpersonnels

Nous distinguerons deux modalités de fonctionnement des processus interpersonnels, suivant que:

- ces processus constituent l'essence même du problème que les apprenants doivent résoudre: le problème en lui-même est d'essence sociale;

- ou qu'ils interviennent parce que la résolution du problème est le fait d'un groupe d'élèves et non d'un élève seul, alors que le problème en lui-même ne comporte pas de dimension sociale.

Donnons un exemple pour chacune de ces deux catégories.

La tâche de décrire (par écrit ou oralement) une figure géométrique à un pair qui ne la connaît pas, et ne la voit pas, de façon à ce que ce dernier puisse la reconstruire uniquement à l'aide de la description est un problème à résoudre qui repose sur l'existence de deux individus n'ayant pas accès à la même information, sur le besoin qu'a le récepteur de l'information que possède l'émetteur. **La position dissymétrique des deux individus**, émetteur et récepteur, est **la raison** du problème à résoudre. Ce type de fonctionnement interindividuel rentre dans la première catégorie.

Dans la situation précédente, l'émetteur peut être un individu ou plusieurs individus travaillant ensemble à l'élaboration de l'information à envoyer. Les processus d'interaction entre les émetteurs jouent un rôle probablement décisif sur les décisions relatives aux choix des informations, caractérisant la figure à envoyer au récepteur, mais l'organisation sociale entre les émetteurs est extérieure au problème posé a priori, elle n'a une influence qu'a posteriori sur sa résolution. Ce type de fonctionnement des processus interindividuels rentre dans la deuxième catégorie.

Ces deux types de processus interindividuels se distinguent donc de par leur position par rapport au problème à résoudre: les processus sont **internes** au problème dans le premier cas, **externes** au problème dans le second, même si le fait d'avoir à travailler à plusieurs modifie le déroulement de la résolution. L'opposition entre ces deux catégories pourrait donc s'exprimer par les oppositions a priori versus a posteriori, ou encore nécessaire versus possible. Un certain fonctionnement des interactions sociales possède un caractère nécessaire dans le premier cas, il est contraint par la situation, tandis que des fonctionnements de ces interactions ne relèvent que du possible dans le second cas. Nous expliciterons cette distinction en étudiant d'abord chacun des cas (cf. sections 2 et 3), puis en concluant (cf. section 4) sur une comparaison des deux cas.

2. Contraintes sociales dans la conception de situations adidactiques

Les didacticiens des mathématiques, suivant en cela les propositions de Brousseau (1986, p. 97), s'accordent à distinguer trois formes de connaissances qui contrôlent les interactions du sujet avec le milieu: des connaissances implicites - ou du moins non nécessairement explicitables - en action, des connaissances que le sujet sait formuler dans un ou des codes reconnus par les autres, des connaissances que le sujet sait justifier ou valider à l'aide de moyens de preuve reconnus comme tels par les autres.

On notera que la définition même des deux dernières formes de connaissances fait appel à la présence d'un autrui: autant les codes, les systèmes de signifiants utilisés pour expliciter les

connaissances mathématiques que les moyens de preuve, dont on sait la spécificité en mathématiques, possèdent une existence sociale. C'est l'origine et la nature sociale des savoirs mathématiques qui se dégagent de ces définitions. Même si la nécessité de cet autrui s'estompe dans l'usage des savoirs par les mathématiciens (un mathématicien rédigeant une démonstration recherchera d'abord une cohérence interne à la théorie avant l'approbation de sa communauté), elle est indissociablement liée au développement des mathématiques.

La recontextualisation des savoirs organisée dans les situations adidactiques de formulation et de validation réaccorde une place fondamentale à la dimension sociale des savoirs. Le problème tel qu'il est présenté aux élèves est un problème social. Nous analyserons dans ce qui suit le cas des situations de formulation sur lequel nous avons particulièrement travaillé. Dans les situations de formulation (dont un exemple a été présenté plus haut), le problème est pour un élève émetteur A (ou un groupe d'élèves) de transmettre des informations à un récepteur B de façon que B puisse réaliser une tâche mathématique qu'il ne pourrait réaliser sans les informations que possède A et qu'évidemment lui ne possède pas. Une situation réciproque est la situation vue du point de vue de B; le problème pour B est de savoir décoder les informations transmises pour les transformer en actions, c'est-à-dire pour réaliser la tâche donnée. Le ressort des situations de formulation ou plutôt de communication[1] réside dans la conjonction de deux éléments:

- la dissymétrie des positions de A et de B par rapport aux informations ou aux moyens d'action: A a les informations mais non les moyens d'action, B a les moyens d'action mais non les informations;
- le fait que A et B soient partenaires et que donc A veuille contribuer au succès de B.

Il y a un authentique problème de formulation dans la mesure où l'activité de B est conditionnée par celle de A. Pour mener à bien sa tâche, B doit disposer des informations que A possède. Deux conditions importantes semblent requises pour le succès de B: 1) A transmet les informations adéquates, 2) il le fait sous une forme compréhensible de B. Comme A et B sont partenaires, A a intérêt au succès de B et dans la mesure où il intériorise les exigences de la situation, il cherchera à choisir une forme claire et univoque pour les informations qu'il donne. Il n'est donc pas étonnant que ce type de situations soit utilisé pour permettre l'apprentissage de langages, de codes socialement reconnus et usités en mathématiques.

2.1 Deux problèmes interdépendants

Le problème pour A est d'abord de type social, celui de communiquer à B les «bonnes» informations pour que B réussisse, et c'est pour résoudre ce problème qu'il est en un second temps confronté à un problème de mathématiques.

---

[1] La situation est de formulation pour A, de décodage pour B; chacune des deux situations peut être qualifiée de situation de communication.

Le problème social

La dépendance de la tâche de B de celle de A confère à A une **responsabilité de type social**. B est de même responsable devant A d'un bon décodage des informations et de leur bonne mise en application. Le moteur de toute communication entre deux individus, que Beaudichon (1982, p. 281) attribue à «l'attente d'un effet, celui de réaliser un échange d'information», est ici renforcé par l'amplification de l'effet qui ne se réduit pas à un échange d'information, mais à une ou des actions conséquences de l'échange d'information. Cette responsabilité est d'ailleurs soulignée par certains auteurs de telles situations, qui évoquent le caractère de simulation qu'ont ces situations par rapport à des situations de la vie réelle: simulation d'une situation de réalisation technologique à propos du code du dessin technique, le concepteur donne au réalisateur d'un solide, fait de cubes, les informations nécessaires et suffisantes pour que ce dernier puisse construire le solide demandé (Bessot et Eberhard, 1986); simulation des rapports sociaux entre marchand et client dans la situation de décodage d'écritures arithmétiques, le marchand ne doit pas se tromper en servant le client (Saada et Brun, 1985).

Le problème mathématique

L'organisation sociale est l'origine potentielle d'une évolution des connaissances de l'apprenant engagé dans une telle situation, évolution constituée de deux étapes interdépendantes:

- appréhension par l'apprenant du problème mathématique à résoudre;
- élaboration et mise en œuvre de moyens cognitifs pour le résoudre.

2.2 L'organisation sociale, élément constitutif du sens du problème

L'organisation sociale est ici un moyen pour donner du sens au problème mathématique et permettre sa *dévolution* (Brousseau, *op. cit.*) à l'élève c'est-à-dire permettre que l'élève se saisisse du problème à résoudre, en élabore une représentation correcte en regard du problème que voulait transmettre l'enseignant. L'organisation sociale contribue à la mise en place du critère 2. Comme il a été dit, le problème social conduit au problème de choix et de communication des informations pertinentes qui est un problème mathématique, fonction du référent sur lequel porte la communication. Ainsi dans le jeu de messages en géométrie dont le principe a été décrit plus haut et que nous avons expérimenté auprès d'une centaine de paires d'élèves (Laborde, 1982), la figure qu'avait à décrire l'émetteur A n'était pas accompagnée de lettres servant à désigner ses principaux éléments. Le problème social est pour l'émetteur de

communiquer une figure à un pair devient en un second temps de choisir les éléments géométriques qui caractérisent la figure et les matériaux linguistiques pour le faire. La décision de désigner les éléments clés de la figure pouvait alors être prise par l'émetteur, comme un moyen de simplifier la description de la figure (un moyen d'éviter les paraphrases en langue naturelle, coûteuses et complexes pour désigner des éléments géométriques dépendant d'autres éléments): par exemple, l'expression «le segment [AB]» est plus simple et moins source d'interprétations multiples que «le trait qui commence au premier point qui a été tracé et finit au point qu'on vient de tracer». Le codage par des lettres est introduit comme une solution économique et fiable de ce problème et non comme l'acceptation non motivée de se plier à une norme imposée. La dimension sociale est utilisée ici pour introduire l'usage du codage par des lettres comme solution d'un problème, et du même coup conférer un sens[2] à cet usage, suivant en cela les hypothèses d'apprentissage épistémologiques mentionnées en début de chapitre.

2.3 L'organisation sociale moteur d'une mise en oeuvre d'une activité mathématique

Beaudichon dans ses études de la communication référentielle chez l'enfant (*ibid.*, p. 273 et suivantes) souligne le moteur que constitue une communication sur l'analyse du référent et sur l'usage d'un répertoire linguistique. La mise en oeuvre de solutions au problème d'analyse du référent et de choix de ses caractéristiques pertinentes et principales est aussi soumise aux contraintes sociales de la situation et de ce fait susceptible d'évolution. Un émetteur peut renoncer à une description s'il juge que le récepteur ne la comprendra pas parce qu'elle est trop compliquée, ou fournir des éléments de description complémentaires parce qu'il prend conscience que les éléments fournis ne suffisent pas à caractériser la figure. L'intériorisation des contraintes de la communication peut donc amener l'émetteur à progresser dans l'analyse géométrique de la figure. Les retours (critère 3) sont susceptibles de renforcer encore cette évolution.

2.4 Les retours

Les retours sont possibles si des questions à l'émetteur A de la part du récepteur B sont permises, ces questions se produisent en cas d'incompréhension de B; elles permettent à A, de prendre éventuellement conscience des ambiguïtés, des manques dans les informations transmises. Mais ces retours sont le résultat d'une interprétation par B des informations données par A, en fonction de ses propres connaissances et en cela n'offrent pas les mêmes garanties de

2 Bien évidemment le sens de l'usage du codage ne se réduit pas à celui-là, en particulier le caractère opératoire du code algébrique trouve sa signification dans d'autres situations.

validité que des retours de nature sensible. Par exemple, B peut fort bien ne pas comprendre des formulations qui seraient comprises par d'autres, ou des formulations en usage en mathématiques; il peut aussi les comprendre de façon erronée. On aborde ici les limites de fonctionnement de ces situations dues justement à leur caractère interindividuel.

2.5 Limites de fonctionnement de l'organisation sociale

La dimension sociale possède ses propres limitations:

- elle n'est pas nécessairement interprétée comme prévu. Comme le remarquent Schubauer-Leoni et Perret-Clermont (1984), l'élève construit avec ses outils cognitifs, à travers son expérience, par son interprétation de la consigne une signification sociale qui diffère peut être de celle projetée par l'organisateur de la situation: nous avons observé dans le cas des situations de communication que la signification a pu être pour certains élèves celle d'un jeu opposant A et B, et non les associant;
- trop forte, elle peut prendre le pas sur la dévolution du problème mathématique; tous les moyens sont bons pour réussir y compris des procédés extérieurs aux mathématiques. On notera la force de l'enjeu social qui conduit les élèves à rompre avec le contrat didactique habituel selon lequel en classe de mathématiques on résout les problèmes avec des outils mathématiques. Les élèves ne transforment pas le problème social au problème mathématique: l'émetteur A essaie par exemple de communiquer avec B sans utiliser un langage et une analyse mathématique;
- par les processus interpersonnels qu'elle engage, elle fait dépendre le déroulement de la situation de façon parfois décisive de comportements d'un autrui qui peuvent s'écarter des comportements prévus. Une très bonne connaissance préalable des partenaires A et B, de leurs connaissances du référent est donc requise pour que la situation fonctionne comme prévu.

3. Interaction sociale entre élèves engagés dans une tâche commune

Nous envisageons dans ce paragraphe des situations adidactiques dans lesquelles deux ou plusieurs élèves ont la tâche de **se mettre d'accord** pour résoudre **ensemble** le problème auquel ils sont confrontés. D'une part le problème en lui-même est indépendant de ce que sa résolution soit individuelle ou le fait de plusieurs élèves, d'autre part les rôles respectifs des partenaires sont peu déterminés par la situation: un partenaire peut acquiescer à tout ce que fait l'autre ou inversement être systématiquement en désaccord avec lui.

Une première conséquence est que la dévolution du problème n'est plus liée comme dans le cas précédent aux contraintes sociales de la situation qui étaient conçues pour favoriser cette dévolution. Une deuxième conséquence est que les processus de résolution dépendent de façon décisive des partenaires engagés dans la tâche. En bref, la situation semble moins contraignante que dans le cas précédent. Pourtant il se dégage de la vaste littérature sur le travail en groupes (qu'elle soit de nature psychologique, didactique, ou pédagogique) l'idée d'une supériorité du travail de groupe sur le travail individuel. Nous voudrions discuter ce point de vue, en abordant deux éléments parmi les nombreux aspects qui interviennent:

- l'effet de l'interaction sociale sur les processus de résolution de problème;
- l'incidence du travail en interaction sociale sur le développement des connaissances mathématiques.

3.1 Contradictions interindividuelles et procédures de résolution

L'accent a souvent été mis sur l'aspect moteur des contradictions interindividuelles sur la réalisation de la tâche, l'évolution des stratégies de résolution dans différents types de tâches. Cette analyse repose sur la théorie du conflit socio-cognitif développée en particulier par des psychosociologues genevois (cf. ouvrage collectif Mugny, 1985). La contradiction de deux points de vue opposés est plus facilement perçue et plus difficilement réfutable que la contradiction provenant uniquement des faits à laquelle est confrontée un individu isolé, ce dernier pouvant soit ne pas prendre conscience de la contradiction, soit ne pas la prendre en compte en oscillant entre deux points de vue opposés, et finalement en en choisissant un des deux. Pour mener à bien la tâche commune les élèves ont intérêt à dépasser le conflit et c'est dans l'essai de règlement du conflit qu'ils peuvent réussir à coordonner deux points de vue opposés en un troisième dépassant les contradictions. Dans le cas de situations adidactiques en mathématiques, nous avons pu constater dans certains cas l'émergence d'une solution nouvelle, correspondant à un niveau supérieur de résolution voire de connaissance, dépassant l'opposition qui apparaissait entre les procédures de résolution proposées par chacun des partenaires.

Dans le cas de la description d'une figure faite par deux élèves travaillant ensemble, le codage par une lettre d'éléments de la figure a pu apparaître comme une solution dépassant le désaccord entre deux formulations en langue naturelle, chacune proposée par l'un, et étant jugée mauvaise par l'autre parce qu'erronée ou trop complexe (Laborde, *op. cit.*).

Le cas d'une tâche de rangement par ordre croissant de nombres décimaux (Coulibaly, 1987) illustre aussi la construction d'une nouvelle procédure de solution correcte, tranchant le conflit entre deux procédures erronées. Des recherches (Léonard et Grisvard, 1981; Grisvard et Léonard, 1983) ont montré que la sériation de nombres décimaux pose problème jusque tard

dans la scolarité et qu'avec une régularité remarquable, deux règles erronées sous-tendent très souvent les solutions des élèves:

- une règle R1 selon laquelle à partie entière égale, de deux nombres décimaux le plus grand est celui qui a la partie entière égale correspondant au plus grand entier;
  0,514 > 0, 6 parce que 514 > 6 ou encore 0,71 > 0,006 parce que 71 > 6;
- une règle R2 selon laquelle à partie entière égale, le nombre décimal le plus grand est celui qui a le moins de chiffres après la virgule;
  0,6 > 0,514 parce que 0,514 a trois chiffres après la virgule alors que 0,6 n'en a qu'un mais aussi 0,5 > 0,514 ou encore 0,71 > 0,006 parce que 0,71 a deux chiffres après la virgule alors que 0,006 en a trois.

On aura pu se convaincre de la particulière perversité de R1 et R2 qui peuvent aboutir dans certains cas à des résultats corrects. Les enseignants sont en conséquence très souvent inconscients des règles erronées suivies par leurs élèves parce qu'ils n'évaluent que les réponses finales des élèves sur ce type d'exercices et non les raisons qui y ont conduit. Les élèves sont alors renforcés dans leur procédure erronée. Le lecteur pourra vérifier que lorsque R1 et R2 donnent le même résultat, ce résultat est correct, alors qu'évidemment dans les cas où R1 et R2 donnent des résultats contradictoires, seul l'un d'eux est correct. Des nombres bien choisis permettent de repérer quelle est la règle erronée sous-jacente aux productions d'un élève.[3]

Dans l'expérimentation menée par Coulibaly, une fois que les règles suivies par les élèves d'une classe de 4ième ont été repérées, grâce à des tests écrits individuels, quatre paires d'élèves ont été formées à partir des élèves ayant fourni des classements erronés, de sorte qu'une même paire contienne des élèves opérant avec des règles différentes. On a demandé alors aux deux élèves de chaque paire de se mettre d'accord pour ordonner par ordre croissant cinq séries de nombres décimaux, puis d'élaborer en commun une explication écrite, destinée à expliquer à un élève de CE2 (8 ans) comment ordonner des nombres décimaux. Les séries ont été judicieusement choisies pour donner lieu à des contradictions entre R1 et R2. La première question a donné lieu à un conflit entre R1 et R2 chez trois paires, et pour deux d'entre elles, le désaccord a débouché sur une nouvelle règle R'1 dépassant la contradiction, qui consiste à ramener les nombres au même nombre de chiffres après la virgule en mettant un ou des zéros à la fin de la partie décimale la plus courte: ainsi Chrystel pense que 7,5 est inférieur à 7,55 (R1) alors que Cécile opte pour l'ordre contraire (R2); Chrystel convainc alors Cécile, en lui proposant de ramener les deux nombres au même nombre de chiffres après la virgule: 7,5 est égal à 7,50 et 7,50 est reconnu comme inférieur à 7,55 par Cécile. Cette nouvelle règle R'1, adaptation de R1 au cas où les deux nombres ont un même nombre de chiffres après la virgule, empêche de ce fait l'application de R2 et supprime le conflit. Elle n'était jamais apparue dans les tests écrits précédents. Il est intéressant de noter que ces binomes ont ensuite appliqué à

[3] En général, les productions d'un même élève relèvent uniquement sinon majoritairement d'une règle.

plusieurs reprises la règle R'1 dans les questions suivantes et l'ont formulée dans l'explication destinée à l'élève de 8 ans.

Trois remarques concluront cet exemple:

- l'interaction sociale ne peut déboucher sur des conflits que grâce au choix des nombres à comparer et à la composition des paires (élèves opérant suivant des règles différentes), en un mot grâce à la prise en compte de variables didactiques;
- un conflit n'est pas systématiquement apparu dans les cas susceptibles d'y donner lieu;
- les conflits ne sont pas tous réglés par l'apparition d'une nouvelle règle correcte.

3.2 Processus de coopération

Si les aspects conflictuels ont été dégagés par différentes recherches, ceux relatifs aux processus de coopération le sont moins. Pourtant rien ne permet de privilégier l'apport des interactions conflictuelles par rapport aux interactions coopératives (Vandenplas-Holper in Beaudichon et Vandenplas-Holper, 1985).

Or dans le travail de groupe en classe, où les groupes ne sont pas constitués selon des critères stricts (comme dans l'exemple précédent), liés à une expérimentation sur un thème précis, les processus de travail en commun ne reposent que peu souvent sur des conflits bien cernés opposant des points de vue opposés. Des propositions de solution peuvent ainsi être reprises par les pairs et transformées en des solutions plus élaborées. Des démarches complètement nouvelles peuvent même être élaborées à partir d'éléments partiels de propositions individuelles. Il se produit une construction conceptuelle qui dépasse la simple conjonction de propositions. Si nous avons pu le constater à l'occasion de multiples observations de résolution de problèmes en groupe, Robert et Tenaud (1989) ont conforté ces observations dans une expérimentation de longue durée, en classe préparatoire au baccalauréat, qui a porté sur l'efficacité de l'action conjointe du travail de groupes et d'un enseignement de méthodes dans la résolution de problèmes de géométrie de type ouvert. La supériorité des productions collectives sur les productions individuelles réside probablement dans cette potentialité de construction d'une nouvelle démarche.

Quelles sont les caractéristiques du travail en groupe qui favorisent ce phénomène? Nous proposerions une interprétation homologue à celle de «zone de développement proximal» élaborée par Vygotski (1985, p. 269 et suivantes), zone des potentialités que l'enfant atteint lorsqu'il résout des problèmes en collaboration avec un autrui. Vygotski a surtout pensé à la collaboration avec l'adulte ou un enfant plus avancé mais on peut étendre cette supériorité des performances de l'enfant dans le cas de la collaboration avec un pair. Les deux caractéristiques

principales qui distinguent les concepts scientifiques des concepts quotidiens, selon Vygotski, résident dans «le caractère conscient et volontaire» de leur genèse (p. 287). La collaboration avec autrui contribue à l'émergence et au développement de ces deux caractères par les explicitations et les réfutations que requiert le travail avec autrui: se mettre d'accord sur une solution commune exige d'extérioriser à l'autre sa propre démarche, éventuellement de la situer par rapport à celle du partenaire, ou même de l'argumenter contre le projet de son partenaire (on rejoint alors le cas extrême de la situation de conflit). Robert et Tenaud (*op. cit.*) attribuent à l'explicitation des méthodes de résolution, vraisemblablement plus importante dans un travail de groupe que dans un travail individuel, la supériorité des productions collectives. Travailler à plusieurs permet aussi la présence conjointe de stratégies diverses auxquelles n'aurait pas été confronté un individu seul, et conduit l'individu à envisager sa proposition de solution en liaison avec les autres (on retrouve la notion de décentration favorisée par le travail en commun). Robert et Tenaud voient aussi dans le changement de stratégies la source d'un progrès dans la maîtrise des connaissances: savoir changer de stratégie en fonction du problème, savoir considérer un problème sous différents points de vue contribue à une utilisation plus souple des connaissances, en un mot à leur décontextualisation et donc à une plus grande appropriation. Or cette capacité de changements de stratégies, de points de vue est particulièrement efficace dans les problèmes complexes qui ne se laissent pas résoudre de façon routinière par une seule procédure mais qui exigent la combinaison de plusieurs démarches. C'est le cas des problèmes de géométrie de classe de Terminales sur lesquels ont travaillé Robert et Tenaud. La supériorité du travail collectif résiderait donc aussi dans la potentialité de traitement de problèmes plus complexes.

3.3 Limites du fonctionnement du travail coopératif

Mettre des élèves ensemble face à une tâche ne garantit pas l'existence de processus d'échange, encore moins celle de confrontation. Diverses issues du travail collectif sont possibles:

- la recherche d'une solution se fait sur des bases relationnelles (complaisance, arguments d'autorité);
- elle se fait sur des bases cognitives mais non nécessairement satisfaisantes sur le plan mathématique; les élèves se mettent d'accord sur un argument erroné en faveur d'une solution correcte ou non.

Cela nous conduit à proposer un ensemble de conditions susceptibles de permettre un terrain favorable à un rôle moteur de l'interaction sociale sur les processus de résolution de problèmes. Elles sont de trois types et sont relatives au choix des partenaires, au choix de la tâche, et à la durée de l'interaction.

Choix des partenaires

Les psychologues sociaux ayant travaillé sur les schèmes opératoires tels conservation des liquides, mettent en avant le problème social dans les situations d'interaction en postulant que «le problème posé à l'enfant est avant tout de nature sociale, et que les instruments socio-cognitifs qu'il est amené à développer ne le sont que dans la mesure où ils permettent à l'enfant de rétablir un équilibre de nature sociale» (Carugati et Mugny, in Mugny, 1985, p. 66). Les situations adidactiques que nous organisons, mettent en jeu un problème mathématique et des savoirs complexes, le problème, même social, d'élaboration d'une solution commune engage de façon cruciale les connaissances mathématiques des élèves et à l'encontre de ces psychologues, nous envisageons ces situations de travail coopératif comme d'abord celles de résolution d'un problème mathématique. La situation sociale se greffe sur la situation mathématique, en la modifiant certes (dans certains cas, il peut y avoir dégénérescence du problème mathématique en problème social qui se règle par des arguments non mathématiques) et très souvent en la complexifiant (cf. section 4), mais l'équilibre recherché, pour reprendre les termes cités plus haut, est celui qui consiste à donner une solution au problème mathématique. Pour ces raisons, la «distance cognitive» des partenaires ne doit pas être trop grande pour éviter les cas de dégénérescence déjà mentionnés; chacun des partenaires doit pouvoir comprendre les propositions de l'autre, ses arguments.

Choix de la tâche

Comme dans toute situation adidactique, la tâche doit être telle que les élèves s'y engagent avec toutes leurs connaissances disponibles mais que celles-ci ne leur permettent pas de résoudre le problème immédiatement. Si tel n'est pas le cas, l'interaction sociale est inutile et de ce fait pauvre. La tâche demandée doit favoriser l'explicitation des points de vue des partenaires et la verbalisation sur un plan rationnel. Les tâches demandant une production trop algorithmique requièrent une moins grande verbalisation et peuvent donner lieu à des essais successifs en action des élèves travaillant en commun, avec des échanges verbaux portant davantage sur le faire que sur les raisons du faire. À cette fin des contraintes peuvent être imposées empêchant une réalisation trop immédiate ou des contrôles de la production trop immédiats. Les situations d'anticipation fournissent un exemple de telles contraintes. Les tâches de formulation contribuent aussi à une distanciation de l'action et favorisent la verbalisation sur les choix de formulation. Robert et Tenaud (*ibid.*) soulignent que la nature des interventions des élèves au sein du groupe semble dépendre fortement du choix de la tâche.

Durée de l'interaction

Un temps trop court ne permet pas la mise en place d'une interaction effective: des temps de «latence» sont nécessaires à l'intégration par le partenaire des propositions et des arguments de son partenaire. Les processus d'interaction ne se déroulent pas de façon linéaire, un élève ne reprenant pas immédiatement ce qu'a dit son partenaire mais continuant son idée malgré une intervention de l'autre puis évoquant, après s'être heurté à une difficulté, l'idée du partenaire éventuellement modifiée. La nécessité d'une durée suffisante d'interaction est certainement liée à l'accroissement de complexité introduit par la dimension sociale. Nous en parlons plus bas. Dans le même esprit, l'habitude de travailler de façon coopérative contribue à une meilleure intégration par les élèves des exigences d'un tel travail. Il s'agit cette fois de la dimension temporelle concernant non la durée même de l'interaction, mais la familiarisation sur un long terme avec les situations de travail coopératif.

4. Complémentarité des deux utilisations de la dimension sociale

Dès la définition des deux catégories d'utilisation de la dimension sociale se fait jour leur complémentarité (cf. section 1). Elle s'exerce à différents niveaux.

Complémentarité dans les finalités

Une utilisation de la dimension sociale consiste à insérer un problème mathématique dans un problème social, la finalité apparente du problème étant sociale (faire passer des informations, convaincre un autre). On fait l'hypothèse que pour y satisfaire, l'apprenant est amené à résoudre un problème de mathématiques. L'autre consiste à insérer un problème social dans un problème mathématique, la finalité apparente étant de résoudre un problème de mathématiques, et pour y parvenir les apprenants auront éventuellement ensuite à résoudre un problème social (se mettre d'accord sur la solution).

Complémentarité dans le fonctionnement

Dans le premier cas, la dimension sociale contribue à la dévolution du problème, à la constitution de son sens pour celui qui cherche à le résoudre. Dans l'autre, elle intervient sur les processus de résolution même. Cette complémentarité entraîne l'existence d'un jeu de relais entre les deux dimensions sociales dans les situations qui sont à la fois socialement organisées et de travail à plusieurs. Ainsi dans les situations expérimentales de communication entre des paires d'élèves, une paire émettrice et une paire réceptrice, nous avons pu constater que la

dimension communicative devenait un objet de l'interaction entre les partenaires: lorsque les élèves émetteurs étaient en désaccord sur la formulation à employer dans leur message, l'un d'eux invoquait l'incompréhension possible des récepteurs pour rejeter la formulation proposée par son camarade. C'est probablement la raison explicative de la supériorité, constatée par Schubauer-Leoni et Perret-Clermont (1980), des productions effectuées par les élèves dans la modalité interaction sociale et de communication à un autrui en regard des autres modalités ne cumulant pas les deux utilisations de la dimension sociale.

Dualité des effets sur l'apprentissage

Dans les deux cas, la dimension sociale joue en général, nonobstant les limites de fonctionnement (cf. plus haut), un rôle positif sur l'apprentissage:

- dans le premier, elle contextualise les notions dont l'acquisition est visée et leur confère un sens;
- dans le second, elle participe à l'enrichissement des résolutions possibles, à l'ancrage des connaissances sous-jacentes à ces stratégies de résolution, de par l'explicitation, l'explication voire l'argumentation attachée au travail à plusieurs, le positionnement d'une solution par rapport à d'autres.

Un caractère commun: l'accroissement de la complexité

L'introduction d'une ou de deux dimensions sociales dans des situations adidactiques contribue à un accroissement de la complexité:

- dans un cas, prise de conscience des exigences de la finalité sociale, et recherche de satisfaction de ces exigences (situations de formulation et de validation); par exemple, dans une situation de formulation du type de celles décrites à la section 2, il ne suffit pas de formuler un message, il faut le formuler en fonction de son destinataire, et donc anticiper les interprétations possibles de ce dernier, tenir compte de ses connaissances. La prise en compte de toutes ces exigences supplémentaires ne se fait pas de façon spontanée et peut nécessiter un apprentissage. De la même façon, l'instauration d'un débat scientifique en cours de mathématiques de première année d'université requiert une période de mise en place de deux à trois mois avant que ce débat ne puisse fonctionner pleinement (Legrand, 1988; Alibert, 1988); les étudiants ne sachant pas d'emblée justifier par des arguments mathématiques leurs propositions de solution au problème contre celles des autres. La complexité supplémentaire tient à la nécessité

d'une justification qui n'est pas intrinsèque mais qui intègre les propositions des opposants;

- dans l'autre cas, le travail en interaction implique une pluralité de démarches et de points de vue, donc un travail conceptuel plus grand pour organiser cette pluralité et en dégager une solution commune.

L'incidence positive de la dimension sociale sur l'apprentissage de connaissances mathématiques va de pair avec l'accroissement de la complexité cognitive de la tâche introduit par la dimension sociale. Nous avançons l'hypothèse que complexité et évolution des connaissances ne sont pas simplement deux phénomènes concomitants de l'introduction de la dimension sociale, mais que la complexité de la tâche est **à l'origine** de l'évolution des connaissances.

BIBLIOGRAPHIE

ALIBERT, D. (1988). Towards a new "coutume" in the classroom: general description, *For the Learning of Mathematics*, pp. 31-35.

BEAUDICHON, J. (1982). *La communication sociale chez l'enfant*, Paris, PUF.

BEAUDICHON, J., VANDENPLAS-HOLPER, C. (1985). Analyse des interactions et de leurs effets dans la communication référentielle et la maîtrise de notions. *In* G. MUGNY (Ed.): *Psychologie sociale du développement cognitif*, Berne, Peter Lang.

BESSOT, A., EBERHARD, M. (1986). Adaptation de la perspective à une situation complexe (élèves de 9-12 ans), *European journal of psychology of education, 1(2)*, pp. 83-96.

BROUSSEAU, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques, 7(2)*, pp. 33-115.

CARUGATI, F., MUGNY, G. (1985). La théorie du conflit socio-cognitif. *In* G. MUGNY (Ed.): *Psychologie sociale du développement cognitif*, Berne, Peter Lang.

COULIBALY, M. (1987). *Les décimaux en quatrième: analyse de conceptions*, Mémoire de DEA, Université Joseph Fourier, Grenoble 1, Laboratoire LSD2-IMAG.

GRISVARD, C., LÉONARD, F. (1983). Comparaison de nombres décimaux, *Bulletin de l'APMEP*, septembre, *(340)*, pp. 450-459.

LABORDE, C. (1982). *Langue naturelle et écriture symbolique: deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique*, Thèse d'état, Grenoble, IMAG.

LEGRAND, M. (1988). Genèse et étude sommaire d'une situation co-didactique: le débat scientifique en situation d'enseignement, *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*. Grenoble, La Pensée Sauvage.

LÉONARD, F., GRISVARD, C. (1981). Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison de nombres décimaux positifs, *Bulletin de l'APMEP*, février, *(327)*, pp. 47-60.

MARGOLINAS, C. (19889). *Le point de vue de validation: essai de synthèse et d'analyse en didactique des mathématiques*, Thèse, Université Joseph Fourier, Grenoble 1, Laboratoire LSD2-IMAG.

G. MUGNY, G. (Ed.) (1985). *Psychologie sociale du développement cognitif*, Berne, Peter Lang.

ROBERT, A., TENAUD, I. (1989). Une expérience d'enseignement de la géométrie en Terminale C, *Recherches en Didactique des Mathématiques, 9(1)*, pp. 31-70.

SAADA, E.H., BRUN, J. (1984). L'élaboration de formulations dans un jeu en arithmétique, *Recherches en didactique des mathématiques, V(2)*, pp. 141-185.

SCHUBAUER-LEONI, M.L., PERRET-CLERMONT, A.N. (1980). Interactions sociales et représentations symboliques dans le cadre de problèmes additifs, *Recherches en didactique des mathématiques, 1(3)*, pp. 297-350.

SCHUBAUER-LEONI, M., PERRET-CLERMONT, A.N. (1984). Construction sociale d'écritures symboliques en deuxième primaire, *Interactions didactiques*, FASPE, Université de Genève, Séminaire de psychologie, Université de Neuchâtel, *(4)*.

VERGNAUD, G. (1981). Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques, 2(2)*, pp. 215-231.

VYGOTSKI, L. (1984/1934). *Pensée et langage*, Paris, Éditions Sociales.

Des exemplaires du présent document sont en vente à l'adresse suivante:

Centre Interdisciplinaire de Recherche sur
l'Apprentissage et le Développement en Education
Université du Québec à Montréal
C.P. 8888, Succ. A,
Montréal, Québec
H3C 3P8

Publié par le Centre Interdisciplinaire de Recherche
sur l'Apprentissage et le Développement en Education
Université du Québec à Montréal
Conception graphique: Pierrette Prévost